

DE ARISTÓTELES À DESCARTES: MÉTODO E A CERTEZA NA MATEMÁTICA, DA RENASCENÇA AO INÍCIO DO SÉC. XVII

Luiz Felipe Sigwalt de Miranda*

Introdução

O nosso percurso se inicia pelos critérios empregados pelos escolásticos renascentistas, fundamentado nas demonstrações aristotélicas que visavam separar conhecimentos científicos de conhecimentos vulgares. Veremos, nessa mesma seção, que esses critérios de Aristóteles não se aplicavam muito bem à matemática segundo Piccolomini e Pereyra; e, a partir disso, um longo debate transcorrer-se-á entre aqueles que se posicionam à favor de uma matemática causal (aristotélica) e aqueles outros que se posicionam contra.

Em seguida, trataremos o modo como Descartes revolucionou a matemática com o invento da Geometria Analítica, impulsionada, principalmente, pela versão latina das Coleções de Pappus. Veremos, também, como os métodos Analítico e Sintético, retomado do modo grego, modificaram a prática matemática moderna. Finalizarei este artigo com algumas considerações acerca desses dois temas, numa tentativa de conceber uma sequência entre eles, a fim de apontar os novos rumos da matemática que se volta a problemas acerca do infinito e de infinitésimos.

1. A ciência de Aristóteles e os debates modernos em torno dela

Os Segundos Analíticos vigoravam no séc. XVI em função do trabalho contínuo escolástico durante a idade média. Em função disso, desenvolveu-se uma tradição em torno dos textos de Aristóteles. A filosofia desse estagirita era por vezes considerada a base e o ponto de partida para muitas questões. E, com respeito à questão “O que é conhecimento?”, não era diferente. Do ponto de vista do critério para indicar quais conhecimentos eram científicos e quais não eram, Aristóteles afirmava que ter conhecimento científico era saber pela causa: “Julgamos conhecer cientificamente uma coisa qualquer, sem mais (e não do modo sofístico, por concomitância), quando julgamos reconhecer, a respeito da causa pela qual a coisa é, que ele é causa disso, e que não é possível ser de outro modo” (ARISTÓTELES, 350AC [2004]: 71b 9-12).

* Universidade Federal do Paraná; doutorando em filosofia.

O conhecimento científico é obtido, segundo Aristóteles, por demonstração, ou seja, a partir da transição das premissas à conclusão por um silogismo científico. Para garantir essa transição, as premissas e a conclusão devem estar em uma relação específica.

Se há também um outro modo de conhecer cientificamente, investigaremos depois, mas afirmamos que de fato conhecemos através de demonstrações. E por “demonstração” entendo silogismo científico; e por “científico” entendo aquele segundo o qual conhecemos cientificamente por possuí-lo. Assim se conhecer cientificamente é como propusemos, é necessário que o conhecimento demonstrativo provenha de itens verdadeiros, primeiros, imediatos, mais cognoscíveis que a conclusão, anteriores a ela e que sejam causas dela (ibid.:71b 16-21).

Nos Segundos Analíticos, Aristóteles faz uma distinção entre dois tipos de demonstração, a do tipo “que é” (*tou hoti*) e a do tipo “por que é” (*tou dioti*). De todas as figuras silogísticas, o silogismo de primeira figura era o mais adequado para uma demonstração do “por que é”.

Entre as figuras, a que mais propicia conhecimento é a primeira. Pois, entre as ciências, apresentam as demonstrações através dela as matemáticas (por exemplo, a aritmética, a geometria, a óptica) e, por assim dizer, todas as que fazem a investigação do por quê. De fato, o silogismo do por que se dá através dessa figura, ou em todos os casos, ou no mais das vezes e na maioria dos casos. Por conseguinte, também por isso ela é a que mais propicia conhecimento, visto que o mais decisivo para o conhecer é considerar o por quê (ibid.:79a 16-23).

A distinção entre os dois tipos de demonstração foi mantida pelos comentadores de Aristóteles,¹ e posteriormente desenvolvida por Averróis em sua introdução à Física de Aristóteles. Assim, as demonstrações foram divididas em três gêneros: *quia*, *propter quid* e *potissima*. Este último gênero foi considerado o de maior certeza (qual seja, o silogismo científico). A partição acima foi herdada pelos estudiosos renascentistas e elaborada numa forma mais complexa, principalmente por aqueles estudiosos do trabalho de Galeno de Pérgamo.² Essa elaboração do método aristotélico, à luz da tradição de estudos médicos, teve suas primeiras discussões levantadas por Pietro d’Abano,³ e seu estado mais complexo foi

¹ O conceito de ciência aristotélico não é o mesmo que atribuímos à ciência hoje. Atualmente, o conceito de ciência remonta à procedimentos, à crenças à valores compartilhados por uma comunidade que gera e soluciona seus próprios problemas científicos, segundo os trabalhos de Thomas S. Kuhn (cf. KUHN, 1962).

² Galeno de Pérgamo (130-200 DC) foi um médico e filósofo romano de origem grega. Seus estudos em anatomia, fisiologia, patologia sintomatologia e terapêutica médica vigoraram até o séc. XVI.

³ Pietro d’Abano (1257-1316) foi um filósofo italiano, astrólogo e professor de medicina em Pádua.

atingido por Zabarella,⁴ cuja forma desse método era familiar à Galileu e aos cientistas do séc. XVII.⁵

A classificação das demonstrações apresentada acima foi proposta por Alessandro Piccolomini (1508-1578) com a finalidade de ser aplicada à matemática. Em seu tratado *Commentarium de Certitudine Mathematicarum Disciplinarum* (1547), Piccolomini desafiou o argumento tradicional de que a matemática possuía o mais alto grau de certeza porque está respaldada pela demonstração mais rigorosa, a saber, a demonstração *potissima* (cuja demonstração apresenta de uma só vez a causa e o efeito). A demonstração *potissima* deve possuir as propriedades do silogismo científico asseveradas por Aristóteles. Então, Piccolomini estabeleceu que a demonstração *potissima* era o silogismo de primeira figura cujas premissas devem ser verdadeiras, primeiras, imediatas e mais cognoscíveis que a conclusão. O termo médio, por sua vez, deve ter a forma da definição de uma propriedade, deve ser único, e deve da causa aproximar-se à conclusão.

No capítulo 11 de seu tratado, Piccolomini argumentou que demonstrações na matemática não se encaixam e não podem se encaixar na forma da demonstração *potissima*. Embora, para ele, a concepção da natureza de objetos matemáticos possui o maior grau de clareza e certeza, enquanto forma transcendental existente.

Essa concepção platonista de objetos matemáticos foi, de certa forma, compartilhada por um dos interlocutores de Piccolomini, a saber, Giuseppe Biancani (1566-1624) - jesuíta e professor de matemática na Universidade de Parma -; apesar dele contestar a impossibilidade de haver na matemática demonstração do gênero *potissima*. Em seu *De Mathematicarum Natura Dissertatio* (1615), Biancani afirma que objetos da matemática são quantidades abstratas de substância sensível. A Aritmética e a Geometria juntas constituíam a matemática pura, e tratavam respectivamente com quantidades discretas e contínuas. Para o autor, a matemática difere da física porque matemáticos lidam com substâncias abstraídas na medida que são limitadas (*terminata*), enquanto os físicos não estão restritos à quantidades limitadas. Biancani caracterizou em particular a Geometria, para ele o universo Geométrico deve em princípio ser limitado por figuras e sólidos cercados por todos os lados, portanto, finitos. Com respeito à existência de entidades matemáticas, Biancani tinha uma posição mentalista a respeito:

Portanto, mesmo se essas [figuras matemáticas perfeitas] não existam na natureza das coisas, uma vez que existam na mente do Autor da Natureza, assim como na mente humana, essas ideias existem como arquétipos exatos de todas as coisas, de

⁴ Giacomo Zabarella (1533-1589) foi considerado o primeiro representante do aristotelismo renascentista italiano, mais conhecido pelos seus trabalhos em lógica e metodologia.

⁵ Cf. RANDALL, 1961:27.

fato, como entidades matemáticas exatas, o matemático investiga suas ideias, primariamente designadas *per se*, que são as entidades reais (BIANCANI, 1615:7).

Biancani, em certa medida, expressava a maneira como os matemáticos de seu tempo compreendiam a própria Matemática.

Porém, o estudo de figuras e sólidos infinitamente longos, na *Opera Geometrica* (1644) de Torricelli, da Geometria dos indivisíveis (1635) e a Aritmética dos infinitos (1656) de Cavalieri e Wallis, respectivamente, logo constituíram um sério desafio à essa matemática finitista. E, a ontologia de objetos matemáticos abstratos como condição epistêmica para a certeza, tal como declarado por Biancani (aqui entendido como uma expressão da condição corrente de sua época) enfrentou, também, dificuldades com o ficcionalismo de Leibniz e suas críticas acerca dos paradoxos que uma ontologia dos infinitesimais levantam e a sua inevitável submissão ao labirinto do contínuo.⁶

Voltemo-nos aos argumentos de Piccolomini contra a causalidade nas demonstrações matemáticas. Como vimos, a demonstração *potissima* deve ser causal, e negar que demonstrações matemáticas podem ser causais é suficiente para chegar a conclusão de que: demonstrações matemáticas não podem se encaixar na definição de demonstração científica. De forma mais geral, a matemática não pode ser uma ciência, no sentido aristotélico. Essa posição também foi mantida por Pereyra⁷ e posteriormente por Gassendi.⁸ O matemático jesuíta descreveu em sua mais importante obra, *De communibus omnium rerum naturalium principiis et affectionibus* (1576), sua posição com relação a ciência matemática à forma aristotélica:

Minha opinião é que as disciplinas matemáticas não são propriamente ciência... Para se ter ciência é preciso ter conhecimento de algo pela causa por conta do que a coisa é, e ciência é o efeito da demonstração. Embora, demonstração (cito o tipo mais perfeito de demonstração) deva depender de coisas que são *per se*, adequadas àquilo que é demonstrado; de fato, coisas acidentais são comumente excluídas das demonstrações perfeitas. Mas o matemático nem considera a essência da quantidade, nem trata suas afecções como se fluíssem de tal essência, nem declara-as adequadamente pelas causas por conta de que são em quantidade, nem fazem suas demonstrações adequadas *per se*, mas as faz de predicados acidentais e comuns. Assim, a doutrina matemática não é propriamente ciência (PEREYRA, 1576: 24).

Contudo, Pereyra tinha uma opinião diferente da Física, pois acreditava que ela podia alcançar a perfeição das demonstrações *potissimae*, e assim inclui-la no reino das ciências aristotélicas. Gassendi foi para além das críticas de Pereyra, quando afirmou “que toda certeza

⁶ Cf. LEIBNIZ, 1676 [2001]: 1-46.

⁷ Benedicto Pereyra (1536-1610) foi um jesuíta espanhol que estudou filosofia e teologia. Ele foi um grande exegeta do Livro de Genesis.

⁸ Pierre Gassendi (1592-1655) foi um filósofo, cientista e matemático francês; um grande opositor à filosofia aristotélica, a favor de Epicuro.

e evidência existentes na matemática estão relacionadas à aparência, e de nenhum modo, à causas genuínas das coisas” (GASSENDI, 1658, v. 3: 107). Negações da cientificidade da matemática como essa gerou uma série de reações. Muitos estudiosos do período, tais como Barozzi, Biancani, Barrow e Wallis, tentaram reinstaurar a causalidade aristotélica na matemática.

Em suma, Peter Dear faz uma síntese esclarecedora a respeito dos debates em torno das *Quaestio* de Piccolomini, que deram a tônica acerca da certeza matemática e ocuparam mentes brilhantes do período da renascença e no início do séc. XVII.

Este exame da apologia escolástica de Mersenne para as matemáticas mostra um uso determinado e seletivo de recursos argumentativos e conceituais. Todas as posições, equipadas com argumentos padrão, planejam justificar uma alta consideração das disciplinas matemáticas e o tipo de conhecimento que elas produzem. Demonstrações matemáticas eram certas, e também causais e portanto científicas, seus objetos existiam arquetipicamente na mente de Deus como aqueles da Física: e seus objetos eram necessariamente concomitantes ao poder criativo de Deus. A Física pode estar sujeita à comparação, como Clavius mostrou: se as matemáticas sofrerem toda essa *desiderata*, enquanto demonstrações físicas falharão ao tentarem alcançar tal requisito de certeza, um bom fundamento será estabelecer uma alternativa filosófica matemática natural para substituir a física essencialista (DEAR, 1988: 72).

As *Quaestio* foram, de fato, significantes para revelar os problemas nos quais os desenvolvimentos na matemática no início do século XVII estavam imersos. Os debates entre Hobbes-Wallis e Gassendi-Barrow de certa forma mostram quais posições matemáticas eram correntes naquele período pós-*Quaestio*.

Thomas Hobbes lidou com os argumentos da *Quaestio* em seu *Examinatio et Emendatio Mathematicae ordienae* (1660) para refutar a *Mathesis Universalis* (1657) de Wallis. Hobbes defendeu a tese de que todas as provas matemáticas eram causais e científicas, enquanto a Física, uma vez pensada como a ciência que poderia melhor mostrar raciocínios causais, dependia de justificações do tipo *hoti*, assim Hobbes interpretava-a como falível porque dependia da indução. Ora, Wallis em seus desenvolvimentos numéricos infinitos, contidos na *Arithmetica Infinitorum* (1656), baseou-se exclusivamente em dois métodos, a indução e a extrapolação (ou interpolação), sendo esse último dependente daquele primeiro. Assim, torna-se evidente porque Hobbes criticou o trabalho de Wallis.

A contribuição de Isaac Barrow à *Quaestio* encontra-se em suas *Lectioes*, sob o título de “...respostas às objeções que são frequentemente levantadas contra demonstrações matemáticas” e “da causalidade das demonstrações matemáticas” (BARROW, 1683). Barrow motivou-se pelo objetivo de mostrar que a matemática é de fato uma ciência com demonstrações verdadeiras.

A principal objeção de Barrow é que axiomas universais obtidos por indução são falíveis. Isso permite levantar o problema da certeza e o papel que isso tem na ciência. Aqui é suficiente dizer que Barrow rejeita a teoria de que todos os princípios da matemática dependem da indução dos sentidos. Embora, concorde que as sensações desempenham uma função de mostrar a possibilidade da hipótese matemática. Isso está relacionado com o problema da existência de objetos matemáticos do modo como é defendido por Biancani, ou seja, objetos matemáticos existem apenas na mente humana e de Deus. Por contraste, Barrow quer enfatizar a potencialidade em ato de entidades matemáticas. Barrow não tem dúvidas de que raciocínios matemáticos satisfazem as exigências aristotélicas, ele, de fato, contesta Gassendi. Este último, como vimos, mantém o argumento de Pereyra - qual seja, não existem ciências no sentido aristotélico – e sustenta que toda certeza e evidência existente na matemática está relacionada às aparências, não há uma forma de articular logicamente a genuína causa das coisas.⁹

Essa trajetória dos critérios epistemológicos de certeza e da ontologia de objetos matemáticos durante o período renascentista e o início do séc. XVII, encontra-se melhor descrita na obra de Paolo Mancosu intitulada *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century* (1996). Os seus argumentos, de fato, guiaram esta primeira seção, contudo, apresentei-os com o objetivo de descrever sob qual cenário da história da matemática *A Geometria* de Descartes foi escrita, para, adiante, contrastar com a mudança dos critérios de certeza (e rigor) pós geometria analítica cartesiana. Voltemo-nos agora à virada epistêmica levantada, sobretudo, pelos trabalhos de Descartes, impulsionados pela redescoberta da matemática dos antigos, mediante a descrição dos métodos clássicos da Análise e Síntese (cuja certeza e o rigor tomam o lugar da causa como critério epistêmico de justificação dos métodos), contidos na tradução latina das *Collectio* de Pappus.

2. A revolução de Descartes na matemática do séc. XVII

O século XVII na história da matemática foi um período muito profícuo e de grandes mudanças. Em cem anos, as fronteiras da matemática foram alargadas pelos desenvolvimentos da álgebra, da geometria analítica e do cálculo. Este período herdou do século anterior o debate acerca da causa, segundo o critério aristotélico (visto na seção anterior). Mesmo que esse debate não tenha terminado, pois Hobbes-Wallis e Barrow-Gassendi mantiveram a discussão ainda presente, sua intensidade foi certamente reduzida se comparada à época de seus fundadores (Piccolomini e Pereyra).

⁹ Cf. GASSENDI, 1658, v. 3:209.

Problemas epistêmicos acerca de certeza e rigor continuam ainda muito relevantes para os matemáticos modernos do início séc. XVII. E, problemas sobre lugares geométricos (*locus*)¹⁰ típicos do período clássico, retornam com grande interesse à eles. A retomada dos problemas de *locus* na matemática moderna foi inicialmente impulsionada pela tradução latina¹¹ da *Coleção de Pappus*¹² (1588). Os métodos clássicos, analítico e sintético,¹³ lá descritos mostravam como tratar problemas geométricos, no âmbito da descoberta (Análise), sem abandonar o rigor e a certeza exigidos (como vimos) da matemática (Síntese). Esse cânone clássico, cuja forma geométrico-dedutiva já era bem conhecida desde os *Elementos* de Euclides (~300 AC), conformou-se no novo cânone da matemática, depois de Descartes.

O décimo sétimo livro d'A *Coleção de Pappus* possui uma passagem obscura aos seus leitores, e a decodificação dela encontrava-se no topo da agenda daqueles que estavam convencidos de que lá se escondia a chave para o método de descoberta dos matemáticos antigos. Pappus descreveu a Análise (*resolutio*) e a Síntese (*compositio*) da seguinte forma: a primeira é o caminho da descoberta, ora, efetua-se passos retrógrados a partir do que se procura como se já de fato o conhecesse, e chega-se posteriormente via processos matemáticos àquilo que se considerou conhecido; na segunda, o caminho a se percorrer é o contrário, ou seja, parte-se de onde se conhece e, por consequências matemáticas, chega-se ao que se procura. Assim, a autoridade de Pappus era frequentemente retomada para enunciar que a Síntese reverte os passos da Análise, contudo apenas a Síntese oferece o rigor da prova.

Essa passagem em que Pappus descreve ambos os métodos Analítico e Sintético é problemática. Um caso, que será o único o qual comentarei, a ser melhor compreendido diz respeito ao encadeamento analítico de considerações matemáticas. Pappus afirma que deve-se procurar “algo de que se segue” (PAPPUS, 1588). Ora, disso podem ser extraídos dois casos, tem-se ou (i) *algo* do qual o *termo* se segue, isto é, *algo* antecede *termo*, ou (ii) *algo* que se segue do *termo*, ou seja, *termo* antecede *algo*. Esse é um exemplo apenas das ambiguidades que impedem a compreensão plena do texto de Pappus.

Apesar das dificuldades contidas no livro décimo sétimo de Pappus, como o problema de exegese apresentado acima, difundiu-se a crença na certeza e no rigor nos métodos dos matemáticos antigos. Alguns de seus colegas modernos, leitores de Pappus, pensavam que seu

¹⁰ De acordo com a classificação de Pappus, os problemas planos são aqueles construídos com régua e compasso, há outros dois problemas de *locus*, os sólidos e os lineares (cf. ROQUE, 2012: 297).

¹¹ A *Coleção Matemática* de Pappus surgiu em Pesaro em 1588 graças à edição do texto em grego e da tradução para o latim feita por Federico Commandino.

¹² Pappus de Alexandria foi um importante matemático e professor do séc. IV AC, a *Coleção Matemática* é sua obra mais importante.

¹³ Cf. GUICCIARDINI, 2009: 34.

antecessores gregos mantinham o método analítico escondido e anunciavam apenas o método sintético. Duas hipóteses para justificar essa crença eram recorrentes: uma delas dizia que os matemáticos antigos não consideravam a Síntese como demonstrativa, a outra, que eles queriam manter escondido o método da descoberta.

Neste cenário em que a matemática moderna foi oxigenada pelo trabalho de Pappus, Descartes, n' *A Geometria* (1637),¹⁴ desenvolveu uma nova matemática, a Geometria Analítica.¹⁵ Diferentemente da Geometria tradicional à maneira de Euclides, Descartes inicia seu livro primeiro d' *A Geometria* anunciando o seu modo de tratar problemas geométricos:

Todos os problemas de Geometria podem-se facilmente reduzir a termos tais que para construí-los não é necessário conhecer, de antemão, mais que o comprimento de algumas linhas retas. E, como toda a aritmética é composta apenas de quatro ou cinco operações... assim, em geometria, no tocante às linhas que se procura, a fim de prepará-las para serem conhecidas, não há outra coisa a fazer senão: ou acrescentar-lhes ou retirar-lhes outras linhas; ou, tomando uma delas, que chamarei unidade... ao lado de outras duas, encontrar uma quarta que esteja para uma dessas duas como a outra está para a unidade, o que equivale à multiplicação; ou ainda, encontrar uma quarta que esteja para uma das duas linhas dadas como a unidade está para a outra, o que equivale à divisão; ou enfim, encontrar uma, duas ou várias médias proporcionais entre a unidade e alguma outra linha, o que equivale a extrair a raiz quadrada, a cúbica, etc. E não hesitarei em introduzir tais termos de aritmética na geometria, a fim de me fazer mais inteligível (DESCARTES, 1637:1).

Descartes introduziu a equação à geometria, ou seja, rompeu com a fronteira entre a matemática das quantidades discretas (Aritmética) e a matemática das extensões contínuas (Geometria). Estabeleceu uma maneira de traduzir uma na outra, de sorte que para resolver problemas geométricos não era mais necessário tratar apenas áreas e curvas, bastava conhecer como transformá-las em equações e como manipular símbolos segundo as regras da Aritmética. A álgebra oferecia o suporte para a manipulação aritmética simbólica, e o recurso à unidade arbitrária e a quarta proporcional possibilitavam a tradução de curvas em símbolos e vice-versa. Assim, Descartes substitui a retórica, modo de descrição das operações geométricas próprio dos antigos, pela linguagem simbólica. Com a redução dos elementos de linguagem, a Geometria Analítica pôde em muitos desenvolvimentos ganhar clareza porém a complexidade na manipulação dos símbolos aumenta em ordem superior ao aumento da quantidade desses mesmos símbolos.

Após a apresentação das operações mais básicas de sua Geometria Analítica, Descartes defende a generalidade de seu método em detrimento do método dos matemáticos

¹⁴ *A Geometria*, *A Dióptrica* e *Os Meteoros* compõem os três apêndices d' *O Discurso do Método* de René Descartes.

¹⁵ A Geometria Analítica de Descartes é diferente daquilo que hoje reconhecemos pelo mesmo nome. A relação entre a álgebra e a geometria se manteve, porém o trabalho de Descartes possui particularidades que não se conservaram. A tal ponto que a versão contemporânea da Geometria Analítica de Descartes não corresponde à original.

antigos, pois, segundo ele, eram limitados. E afirma que a partir dos primeiros recursos computacionais, que são os mais simples, pode-se encontrar uma infinidade de outros.

...a fim de mostrar que podemos construir todos os problemas da geometria ordinária sem fazer outra coisa senão o pouco que está compreendido... [no]... que expus. Não creio que os antigos tenham observado isso; pois, de outro modo, eles não teriam se dado ao trabalho de escrever livros tão grossos, cujas proposições se encontram em uma ordem que por si só nos faz saber que eles não possuíam o verdadeiro método para encontrá-las, e que, assim, elas foram sendo recolhidas à medida que com elas se deparavam (ibid.:5).

Descartes, n'A *Geometria*, modificou os critérios de classificação de curvas (entre geométricas e mecânicas) e de complexidade de curvas (associando diretamente ao grau da equação que a representa). Descartes mantém em sua álgebra os métodos sintético e analítico, porém os ressignificou. Relembrando: os matemáticos gregos, segundo Pappus, usavam da Análise para traçar o caminho da descoberta, e da Síntese para apresentar a prova; esse último era o reverso daquele primeiro. Descartes juntou os dois métodos e os acomodou em fases para a solução de um mesmo e único problema geométrico. Ele chamou a invenção da equação de fase Analítica e a construção da equação, de fase Sintética. Agora, é na representação feita por Descartes do problema de *locus* de três ou quatro linhas de Pappus que a Geometria Analítica tem toda sua generalidade evidenciada, ele preenche grande parte de seu segundo livro d'A *Geometria* com isso. O problema da Pappus considera como dadas três ou quatro linhas em posição e pede para encontrar um lugar geométrico (ou o ponto) de modo que as distâncias relativas entre o *locus* e as três ou quatro linhas sejam proporcionais entre si. Enquanto Pappus, por meio da Geometria tradicional, resolve esse problema para três linhas, Descartes expande a solução, com sua Geometria Analítica, para n linhas. Eis a generalidade alcançada pelo método cartesiano, fundamentado pelo rigor e pela certeza da Geometria tradicional (Síntese), e desenvolvido para apresentar e estabelecer um método de descoberta (Análise).

Ora, de fato, a matemática do séc. XVII deve muito às técnicas cartesianas e aos métodos empregados por Descartes para lidar com curvas de vários tipos, exceto as transcendentais e trigonométricas. Contudo, a geometria de Descartes deixou de tratar com quantidades infinitas e infinitesimais, e em nada contribuiu à retificação de curvas, cálculo de áreas, volumes e centros de gravidade. Interesses com respeito à essas questões tornavam-se cada vez mais frequentes. Certamente, Leibniz e Newton debruçaram-se sobre elas, e como resultado de seus trabalhos, cerca de cinquenta anos após *A Geometria*, a matemática encontrava-se em um novo panorama, onde o cálculo das diferenças e das integrais vigorava.

Esta segunda seção teve como inspiração os trabalhos de Niccòlo Guicciardini, em especial seu livro *Isaac Newton on mathematical certainty and method* (2009). Contudo, proponho retomar as questões levantadas na primeira seção para finalmente apresentar os contrastes somente indicados ao final daquela seção. A algebrização da geometria desenvolvida no trabalho de Descartes junto com a introdução do infinito representou o mais importante evento da matemática do séc. XVII.¹⁶ No início do pensamento algébrico, durante esse período, segundo Mahoney,¹⁷ esse modo algébrico de pensamento apresentou três características principais: (i) a presença de um simbolismo operatório, (ii) a ênfase na relação ao invés de objetos e (iii) a liberdade de um comprometimento ontológico. Esses aspectos foram encontrados em uma grande variedade de graus nos trabalhos dos matemáticos modernos. De fato, nem todos eles eram exemplos de matemáticos algébricos, por exemplo, Cavalieri e Guldin¹⁸ não se encaixam nessa categoria.

O modo de pensamento algébrico levantou três problemas fundamentais. Primeiro, qual o tipo de pensamento associado ao simbolismo algébrico - qual a natureza do pensamento simbólico, em oposição, digamos, ao pensamento geométrico, e será absolutamente a álgebra, de fato, um pensamento? Segundo, com respeito às estruturas algébricas e aos objetos matemáticos, o pensamento algébrico identifica que talvez esses devessem ser entendidos separadamente. Essa questão torna-se particularmente evidente em decorrência de uma “confusão”, comum na época entre a teoria clássica das razões e a aritmética das frações. E, finalmente, o terceiro problema, a liberdade do comprometimento ontológico levanta a questão a respeito do estatuto de objetos matemáticos introduzidos sem uma explícita justificação geométrica, como, por analogia, é o caso dos números imaginários.

Esses problemas eram, por vezes, levantados pelos matemáticos e filósofos do séc. XVII. E, a discussão interminável a respeito do *status* da álgebra (é a álgebra uma arte sistematizada ou uma ciência?) e a relação entre álgebra, aritmética e geometria testemunha a quais problemas o fundamento da álgebra estavam endereçados.¹⁹ Isso é, entretanto, uma

¹⁶ Cf. MANCOSU, 1996: 84-85.

¹⁷ Cf. MAHONEY, 1980: 141.

¹⁸ Paul Guldin (1577-1643) foi um matemático jesuíta de origem suíça. Sua contribuição mais célebre é o teorema, o qual carrega seu nome, que determina a superfície e o volume de sólidos de revolução, por exemplo, o cilindro.

¹⁹ Esse tópico foi largamente debatido entre Leibniz e Newton. Aquele primeiro ensaiou um discussão em seu manuscrito LH35 VIII, 30f.35. Estava claro para Leibniz que a algebrização da matemática não representava a perda de significância da análise geométrica de problemas: “Les jeunes gens [de notre temps] d’aujourd’huy n’ont que trop [d’inclination pour se] d’aversion pour la Geometrie et plusieurs se jettent dans l’Algebre [sans] à corps perdu faisant des abstraction en l’air qu’ils ne [peuvent] sçavoir jamais appliquer à ce qu’il y a de reel dans le monde, sçavoir aux figures et aux mouvements... Il faut considerer que la Geometrie a une analyse à part qui luy est prope, où l’Algebre n’entrevient point [qui]. Cette analyse nous donne souvent des voyes naturelles

observação importante acerca dos debates que caracterizaram o séc. XVII com respeito ao papel da álgebra e sua relação com a geometria e a aritmética.

Uma nova análise - fundada por Wallis, inspirada por Cavalieri e ampliada por Leibniz e Newton - também possui seu registro de nascimento no séc. XVII. A matemática dos infinitésimos e do infinito lança uma nova perspectiva de tratamento de problemas que envolvem áreas e curvas. Além disso, desfaz a crença numa matemática voltada somente aos limites perfilados pelas bordas das figuras geométricas.

6. Considerações finais

Vimos durante o percurso histórico-filosófico aqui proposto que questões a respeito dos critérios epistêmicos e a respeito dos métodos empregados sofreram modificações fundamentais desde a matemática trabalhada no período renascentista até a matemática no início do período moderno.

Os critérios de ciência, rigor, certeza, exatidão etc., próprios da epistemologia, modificaram-se, pois, segundo vimos, o conhecimento científico aristotélico foi substituído pelos critérios atribuídos à Análise e à Síntese (principalmente depois de Descartes), inspirados nos métodos dos matemáticos antigos descritos por Pappus. Onde, o rigor da prova era atribuído à Síntese e a abordagem heurística, à Análise. No caso da matemática clássica, a certeza do método não se perde, pois, mesmo que a Análise trate a resolução de problemas geométricos, a composição ou Síntese nada mais era que os passos reversos da Análise, ora, o rigor cabe a Síntese, mas a certeza (assim julgo) se relaciona com o rigor no processo de conformação da Análise para a Síntese.

Com Descartes, essa combinação se ressignificou, ele condicionou os métodos dos antigos em fases de um mesmo processo. Considero que ele tenha inflacionado a Análise em prol da evidência da descoberta. Porém, mesmo que ele tenha atribuído um papel menor à Síntese, sua presença permanece fundamental, principalmente quando é preciso construir geometricamente a equação analítica descoberta. Em outras palavras, Descartes atribuiu à fase Analítica o processo de descoberta da equação, onde relaciona as quantidades geométricas do problema, e a partir dessa equação descoberta, ela a constrói no que pode ser entendido como parte Sintética da Análise, aqui chamado de fase Sintética. Somente após tal construção, Descartes pôde apresentar soluções aos problemas geométricos propostos.

lors que celles de l'Algebre sont frocées" (Robinet, 1955: 62-63). Newton defende uma visão similar, por exemplo, na introdução da "Geometria das linhas Curvas" (MP, IV:422-423).

E, finalmente, a metodologia aristotélica foi esgarçada porque suas figuras (de estrutura lógica rígida) não suportaram mais as tensões quando atribuídas à matemática, com o objetivo de evidenciar a causa desse saber e conferir a ele o *status* de ciência. Contudo, como vimos, parte do ônus decorrente desse abandono de uma matemática causal se apresenta nos argumentos de Gassendi em favor de uma matemática das aparências. Mas a riqueza desse vislumbamento de mudança metodológica, penso, encontra-se nos debates gerados entre aqueles a favor de uma matemática científica aos moldes de Aristóteles e aqueles outros contra. Outro ponto a ser ressaltado é como o método inventado e empregado por Descartes na matemática (de inspiração clássica) aponta para novo horizonte, que por fim incorre em problemas que envolvem infinitos e infinitésimos. Mais uma vez, o método transmuta-se para o que foi posteriormente denominado de nova análise, com outros critérios de certeza e rigor (ou ao menos um novo debate acerca disso).

Referências bibliográficas

ARISTÓTELES. Segundos Analíticos: Livro I. Tradução, introdução e notas de Lucas Angioni. Campinas: IFCH/UNICAMP – Setor de Publicações, fevereiro de 2004. (Clássicos da Filosofia: Caderno de Tradução nº 7)

BARROW, I. *Lectiones Geometricae*. Londini: Typis Gulielmi Godbid, & prostant venales apud Johannem Dunmore, 1670.

_____. *Lectiones Mathematicae*. Londini: Typis F. Playford, pro Georgio Wells in Coemeterio D. Pauli, 1683.

BIANCANI, G. *De Mathematicarum Natura Dissertatio*. Bononiae: apud Bartholomaeum Cochium, 1615.

CAVALIERI, B. *Geometria Indivisibilibus Continuorum*. Bononiae: Martium Ursinum penna Marchionem, 1635.

DEAR, P. *Mersenne and the Learning of the Schools*. Ithaca/ London: Cornell University Press, 1988.

DESCARTES, R. *La Géométrie*. Paris: A. Hermann, 1637

GASSENDI, P. *Exercitationes paradoxicae adversus Aristoteleos*. Amstelodami : apud Ludovicum Elzevirium, 1658.

GUICCIARDINI, N. Analysis and synthesis in Newton's mathematical work. In: COEHN, I. B.; SMITH, H. G. (Eds.), *The Cambridge Companion to Newton*. Cambridge: Cambridge University Press, 2002. p. 308–328.

_____. Conceptualism and contextualism in the recent historiography of Newton's Principia. In: *Historia Mathematica*, v. 30, n. 4, p. 407–431, nov. 2003.

_____. Isaac Newton on mathematical certainty and method. Cambridge: MIT Press, 2009. 422 p.

HOBBS, T. *Examinatio & emendatio mathematicae hodiernae*. Londini: excusum sumptibus Andrea Crooke, 1660.

KUHN, T. S. *A Estrutura das Revoluções Científicas*. 9 ed. São Paulo: Perspectiva, 2009. 260 p.

LEIBNIZ, G. W. *Historia et Origo Calculi Differentialis*. Edição de C.I. Gerhardt, Hannover: Hahnsche Hofbuchhandlung 1846.

_____. *De quadratura arithmetica circuli ellipseos et hyperbolae cujus corollarium est trigonometria sine tabulis*. Edição de Eberhard Knobloch. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1993. 160 p.

_____. *Pacidius to Philalethes: A First Philosophy of Motion*. In: ARTHUR, R. T. W. (Editor). *The Labyrinth of the Continuum: Writings on the Continuum Problem, 1672-1686*. New Haven: Yale University Press, 2001.

_____. *Die Mathematischen Schriften*. Edição de C. I. Gerhardt, Berlin and Halle: Ascher and Schmidt 1849–63. 7 v. (Reprint Hildesheim: Olms, 1971)

_____. *Sämtliche Schriften und Briefe*. Edição Akademien der Wissenschaften. Darmstadt and Berlin: Akademie Verlag, 1923. (Referido também por Akademieausgabe/ Akademie edition; citado por série, volume, página)

MAHONEY, M. S. *The Beginnings of the algebraic thought in the seventeenth century*. In: GAUKROGER, S. (Ed.). *Descartes: Philosophy, Mathematics and Physics*. Sussex: The Harvester Press/ Totowa, NJ: Barnes and Noble Books, 1980.

MANCOSU, P. *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*. New York: Oxford University Press, 1996. 275 p.

NEWTON, I. *De Quadratura Curvarum*. In: _____. *Opticks*, London: Printed for Sam. Smith and Benj. Walford, 1704.

_____. *The Method of fluxions and the infinite series*. London: Printed by Henry Woodfall, and sold by John Nourse, at the Lamb without temple-bar, 1736. (Versão em inglês do latim)

PAPPUS. *Mathematicae Collectiones à Frederico Commandino Urbinate in Latinum Conversae, et Commentariis Illustratae*. Pesaro: Girolamo Concordia, 1588.

PEREYRA, B. *De communibus omnium rerum naturalium principiis et affectionibus libri quindecim*. Romae: Sumptibus Lazari Zetzneri, 1576.

PICCOLOMINI, A. *Alexandri Piccolominei in Mechanicas quaestiones Aristotelis, paraphrasis... : Eiusdem commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum Venetijs : apud Traianum Curtium [de Navò], 1565.*

RANDALL, J. H. *The School of Padua and the Emergence of Modern Science*. Padova: Editrice Antenore, 1961.

ROBINET, A. *Malebranche et Leibniz: Relations Personnelles*. Paris: Vrin Reprise, 1955.

ROQUE, T. *História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. 511 p.

TORRICELLI, E. *Opera Geometricae*. Florentiae: Typis Amatoris Masse & Laurentij de Landis. 1644

WALLIS, J. *Arithmetica Infinitorum: sive nova methodus inquirendi in curvilinearum quadraturam, aliaq; difficiliora matheseos problemata*. Londini: Oxonii, L. Lichfield, 1656.

_____. *A Treatise of Algebra both Historical and Practical*. London: John Playford, for Richard Davis, Bookseller, in the University of Oxford, 1685.

WHITESIDE, D. T. *The Mathematical Works of Isaac Newton [MW]*. New York, London: Johnson Reprint Corp, 1964-67. 2 v. (The Sources of Science. WOOLF, H. Ed., n. 3)

_____. *The Mathematical Papers of Isaac Newton [MP]*. New York, Cambridge: Cambridge University Press, 2008. 8 v.